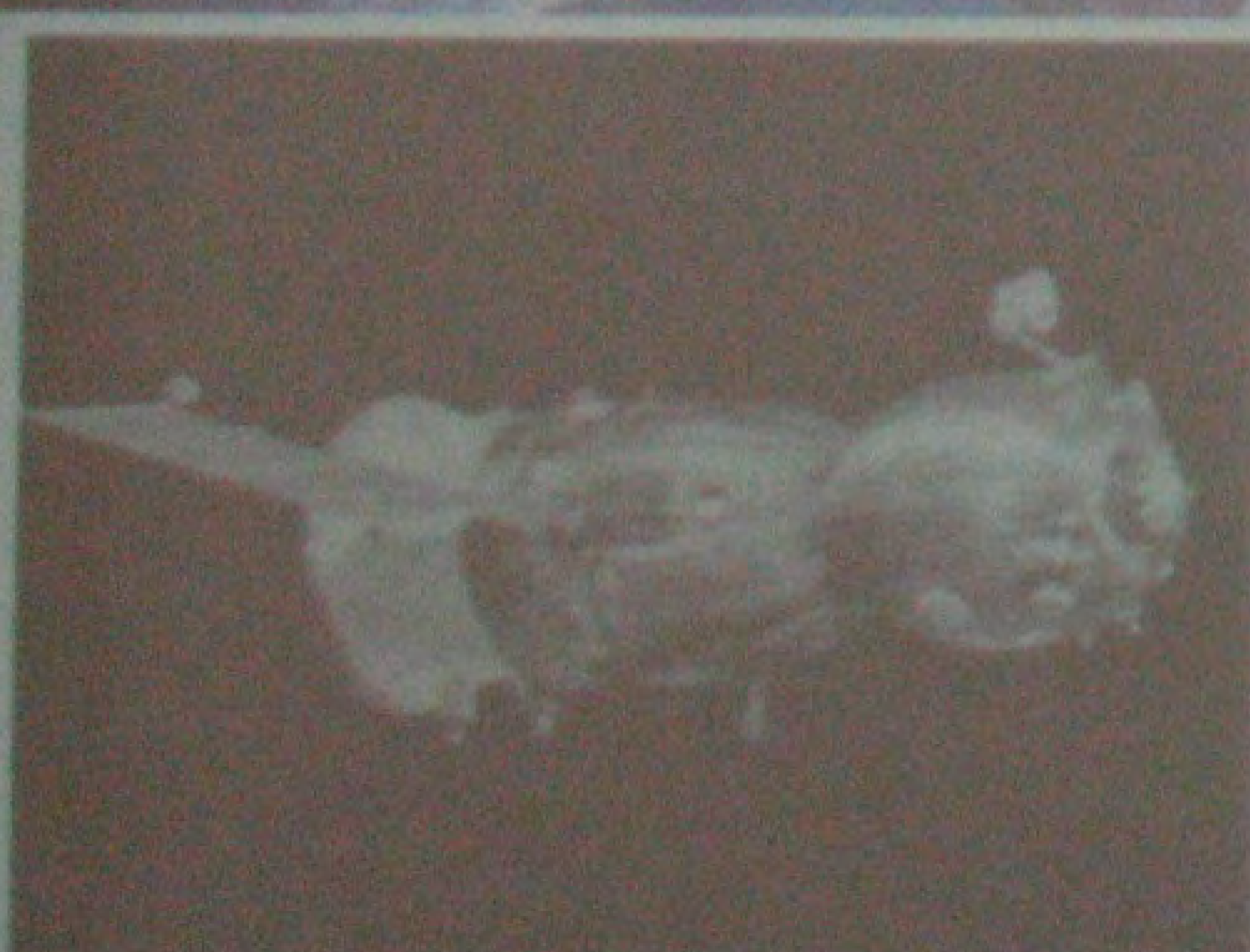
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана

# Задачи динамики ракетно-космических конструкций, содержащих баки с перераспределяемым топливом

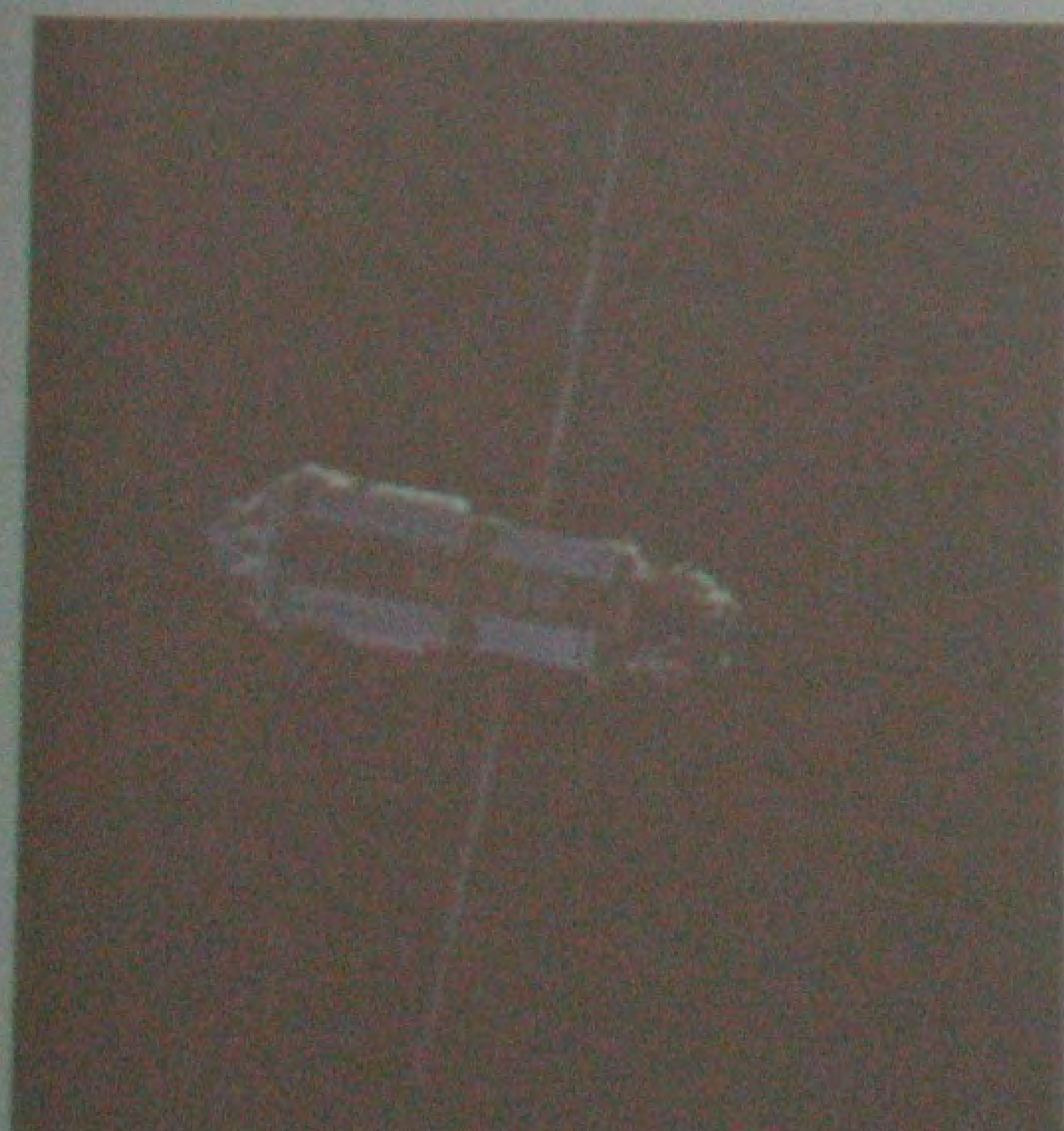
Степанова М. И.
Темнов А.Н.

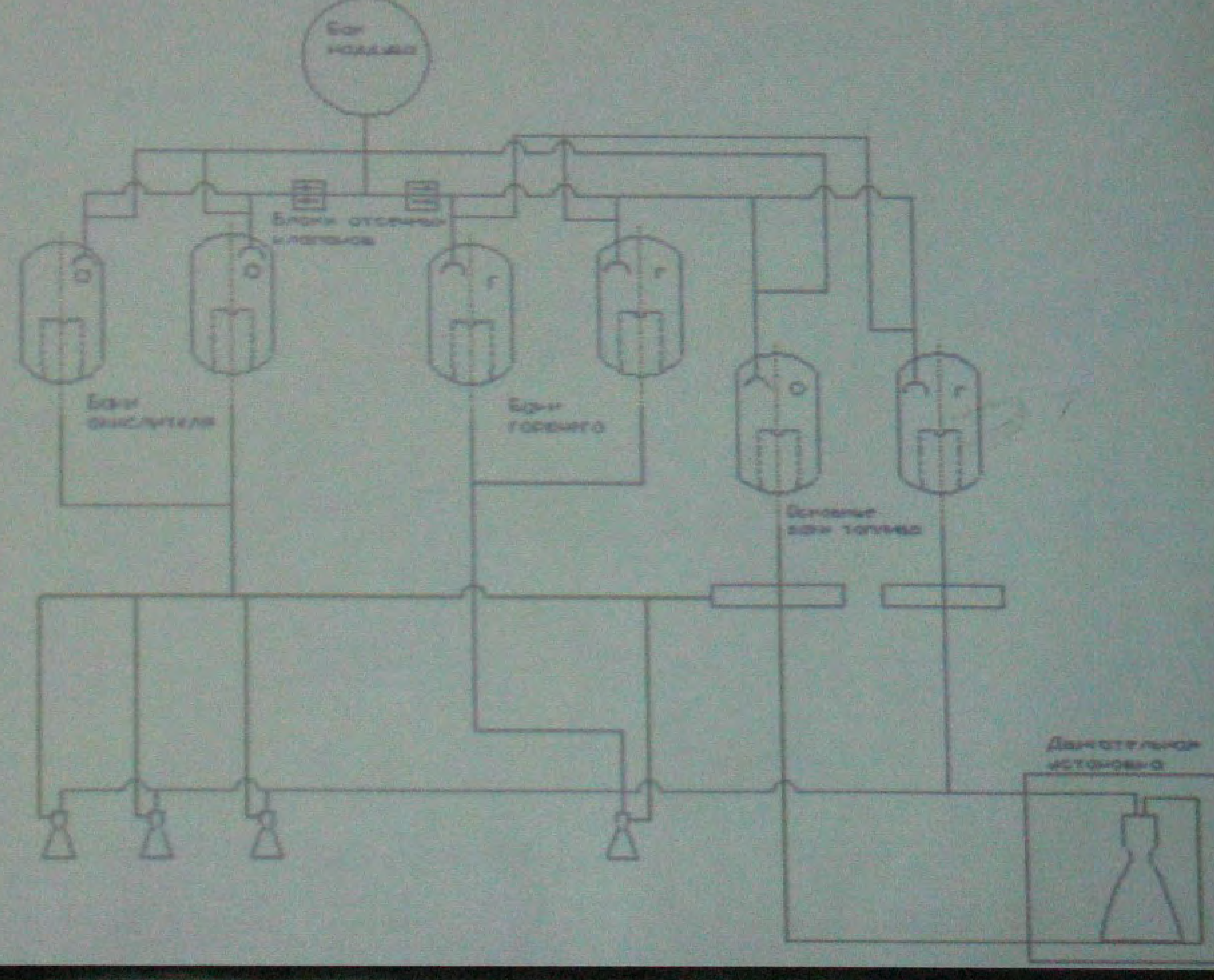
## Внешние и Внутренние задачи динамики перераспределения КТ



# Способы реализации перераспределения топлива

## Перераспределения топлива в невесомости





# Способы реализации перераспределения топлива

## Система синхронизации с пассивной закольцовкой

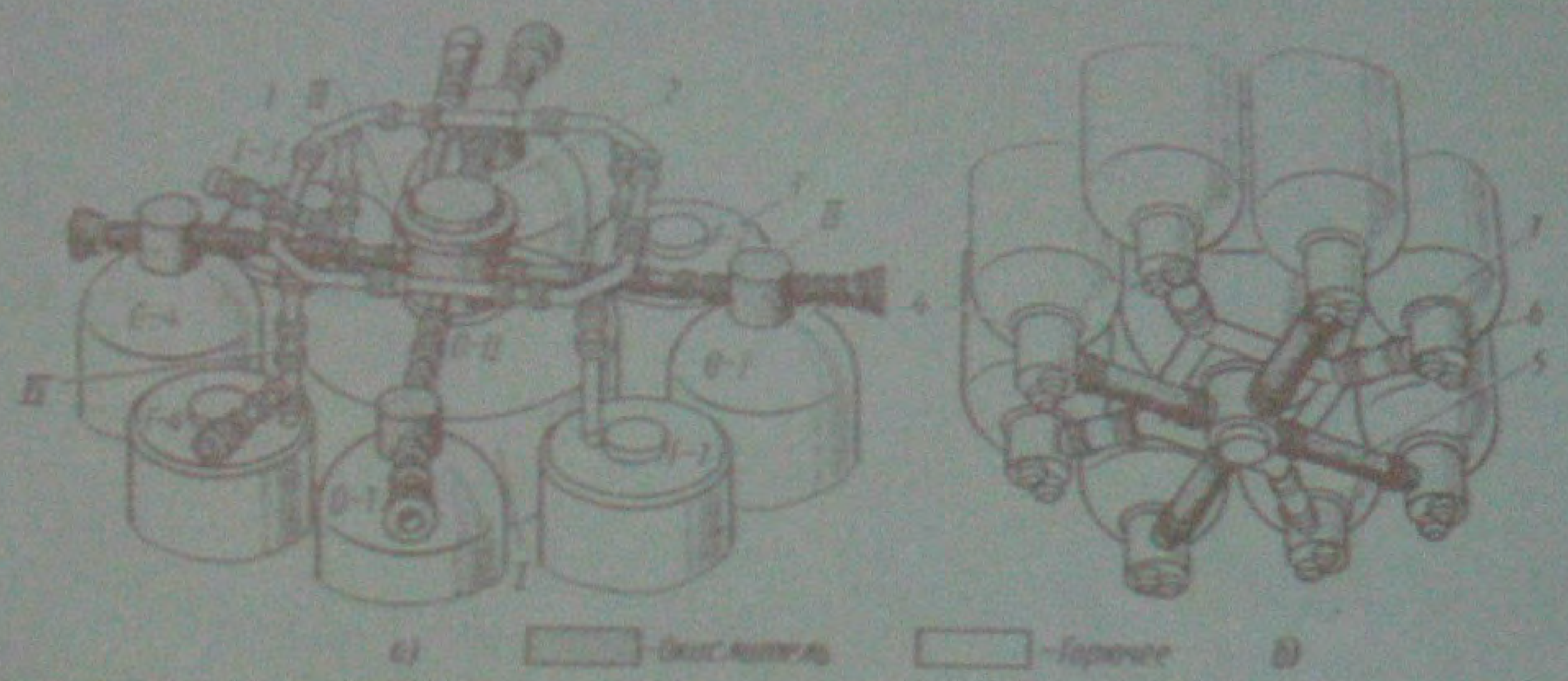
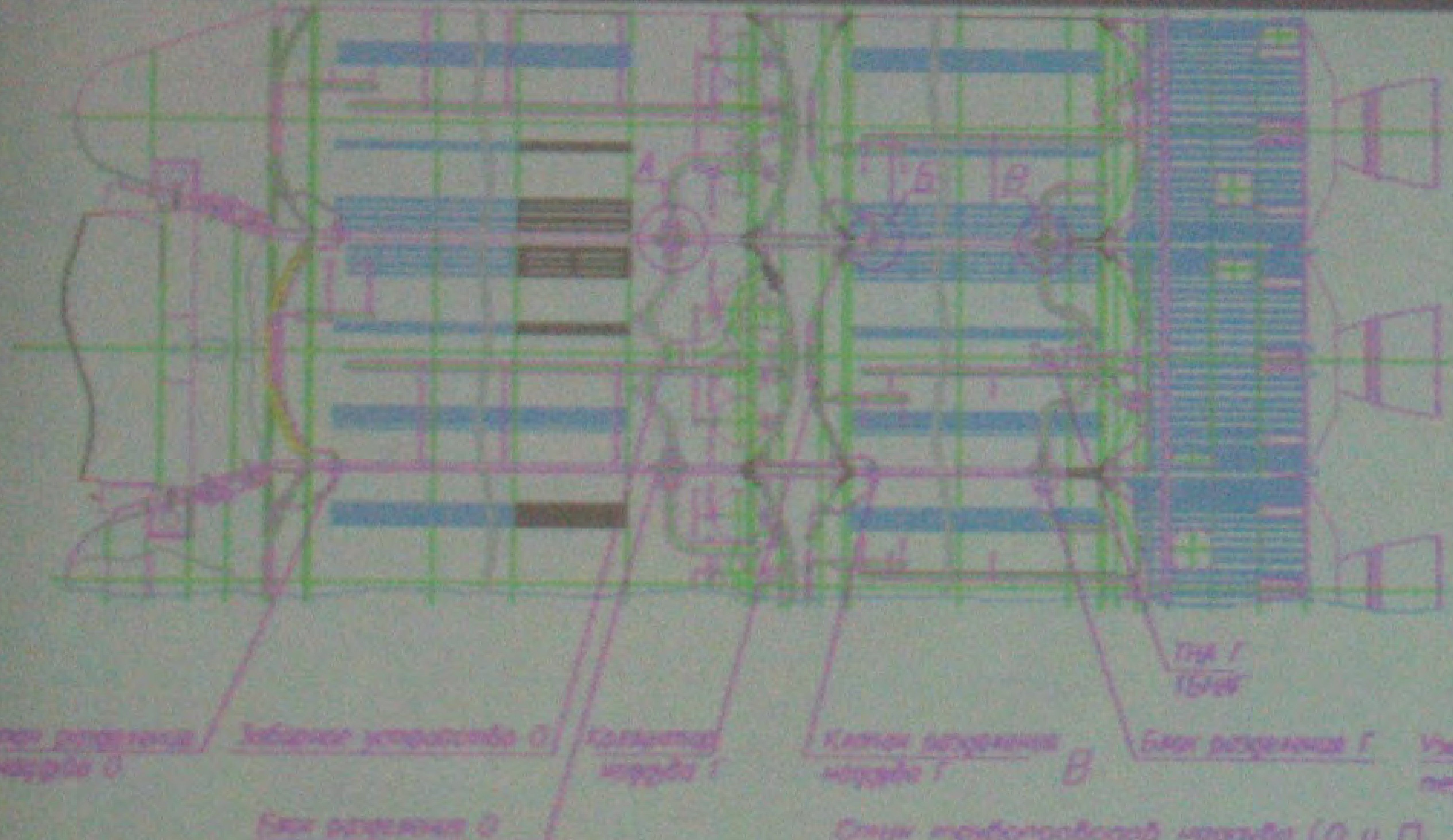
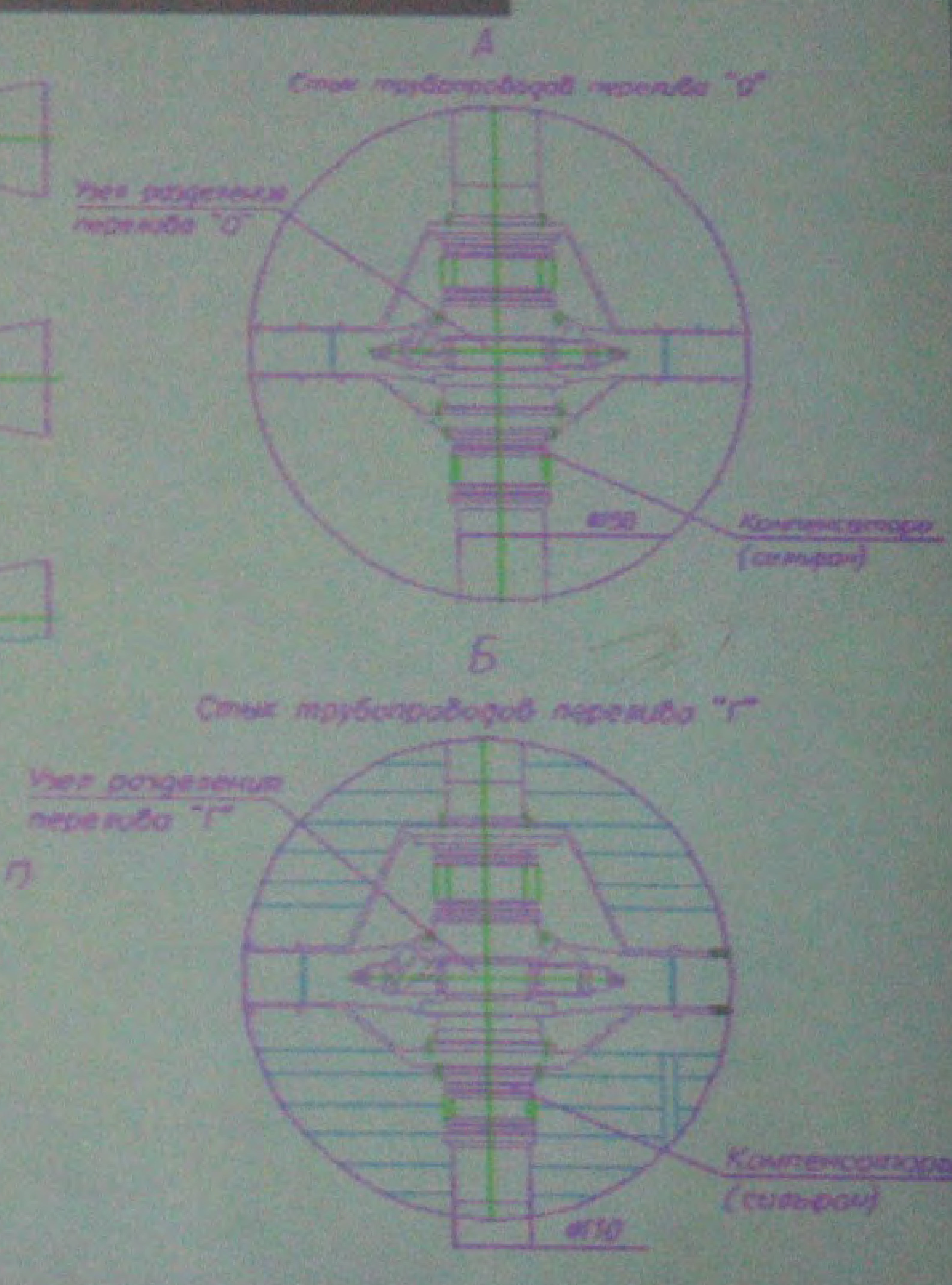
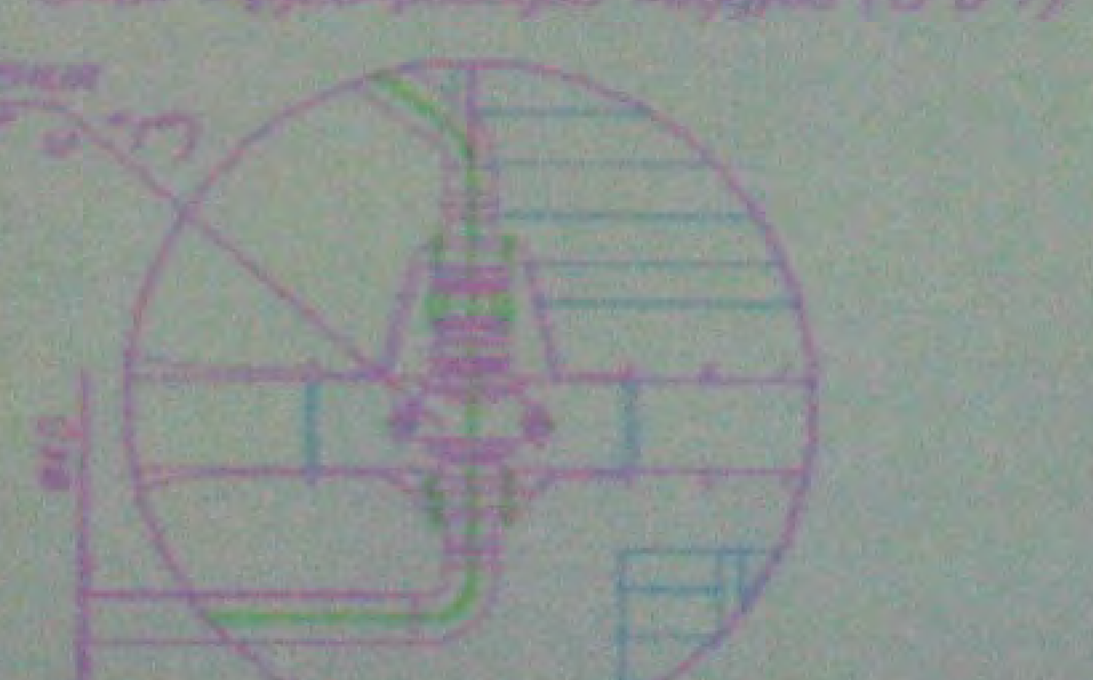



**Рис. 9.7. Схемы закольцовки топливных баков ракеты «Сатурн-1В»:**
*а* — принципиальная схема закольцовки газовых подушек баков с жидким кислородом и баков с горючим:
*1* — коллектор наддува и дренажа баков горючего; *2* — наддув центрального бака окислителя и распределительное устройство; *3* — магистраль наддува и дренажа наружных баков окислителя (4 шт.);
*б* — принципиальная схема закольцовки баков по жидкости: *4* — магистраль питания окислителя; *5* — трубопровод закольцовки окислителя; *6* — магистраль питания горючего; *7* — трубопровод закольцовки горючего

# Способы реализации перераспределения топлива



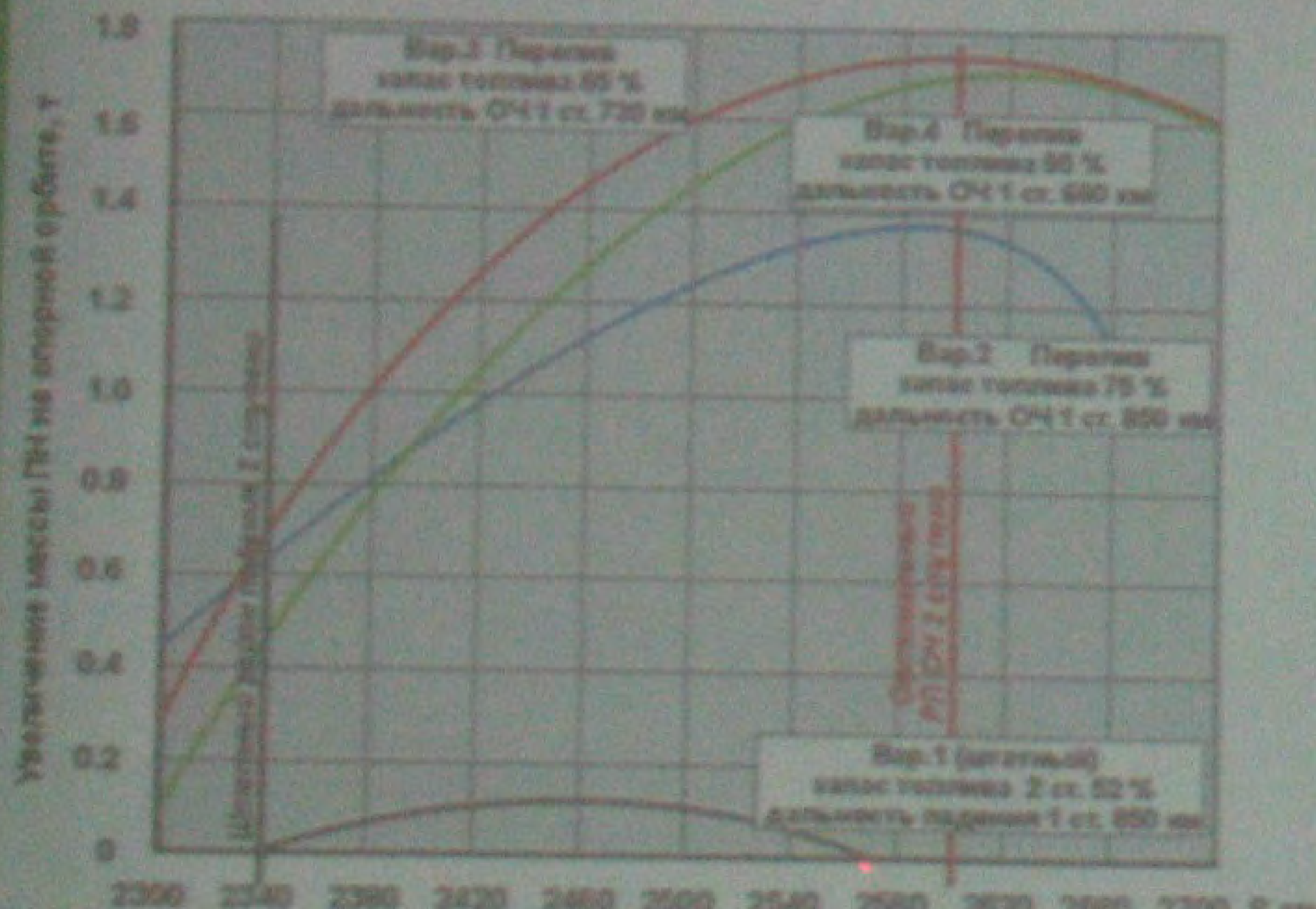


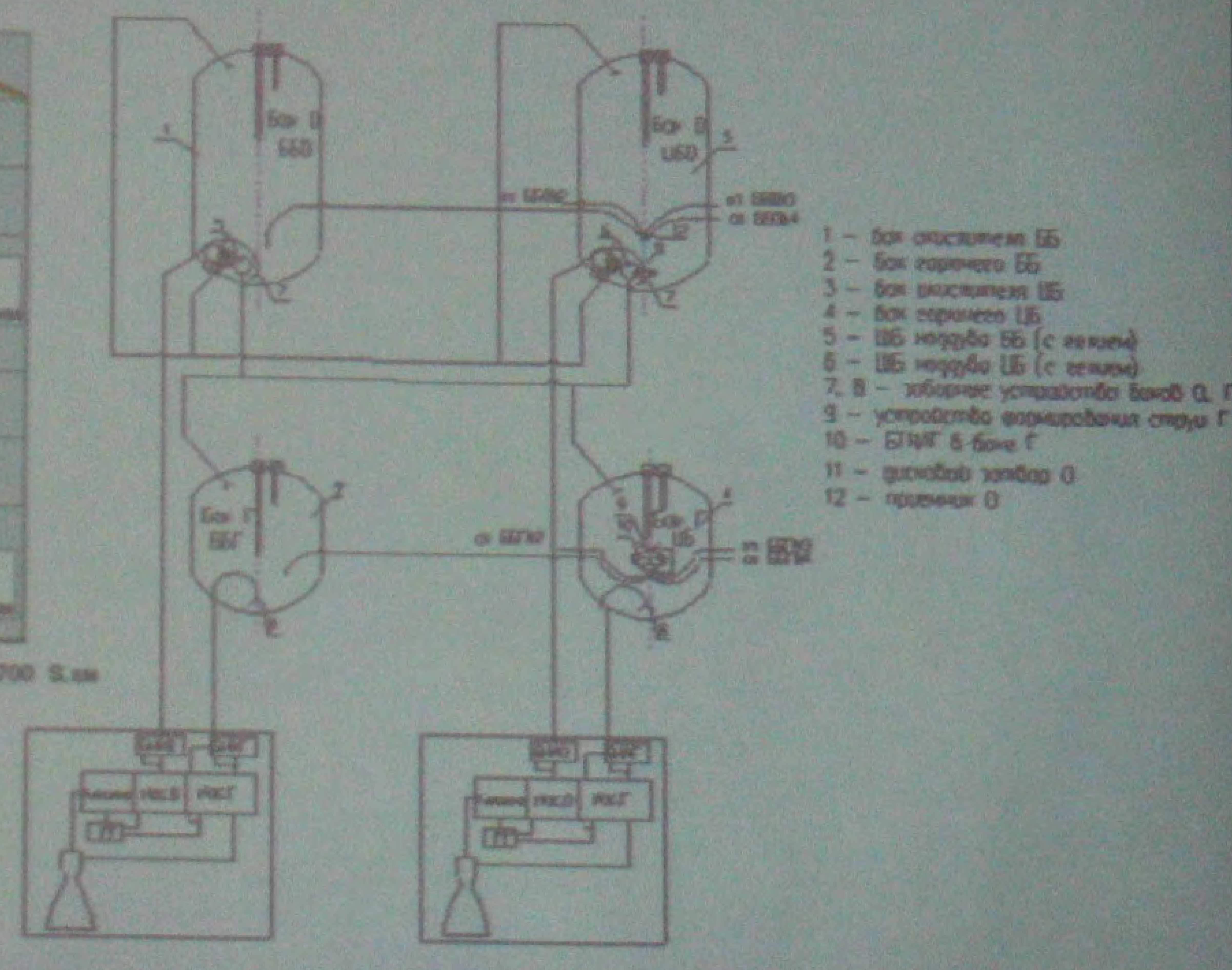




**Перераспределение компонентов топлива на активном участке полета**

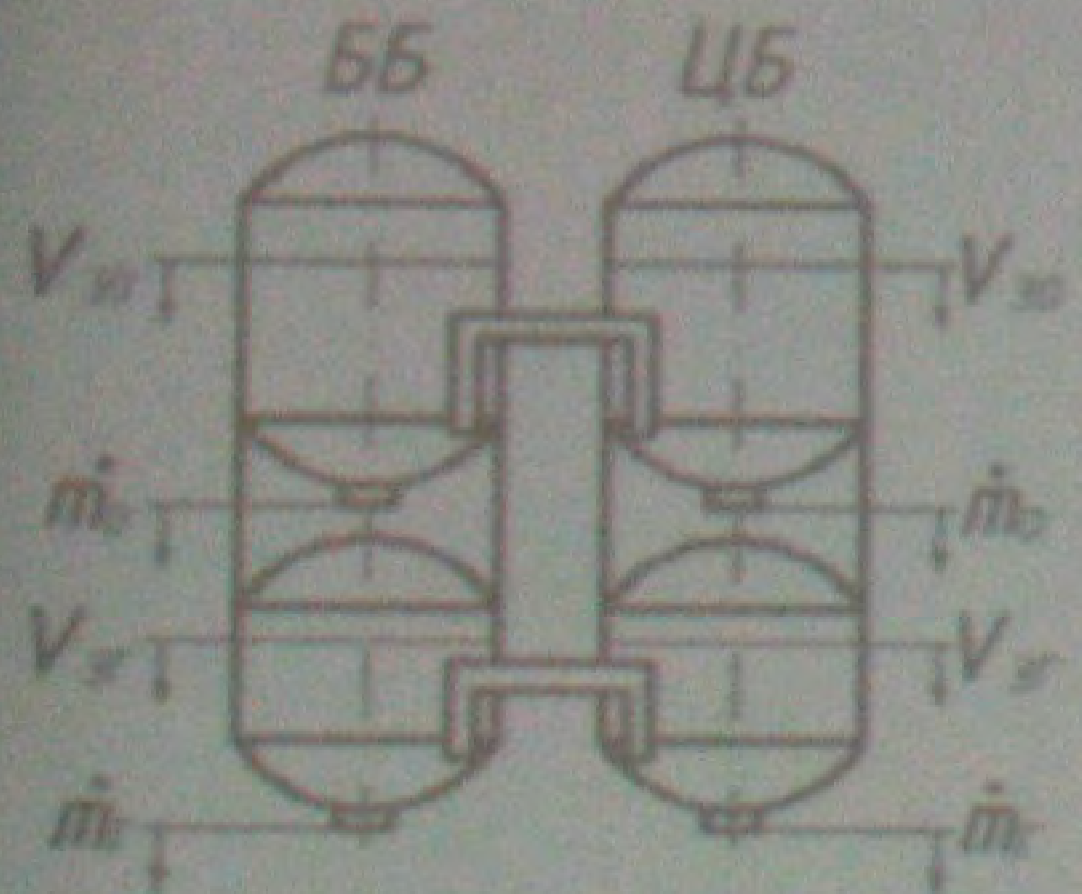
# Способы реализации перераспределения топлива

## Перераспределение компонентов топлива на активном участке полета



# Сравнительный анализ скоростей и расходов топлива РН




| | | I | II | I | II |
|---|---|---|---|---|---|
| Массовый расход «О»1/1+2,кг/с | $\dot{m}_O$ | 440 | 155 | 535 | 80 |
| Массовый расход «Г»1/1+2,кг/с | $\dot{m}_Г$ | 170 | 60 | 205 | 30 |
| Массовый расход «О»2,кг/с | $\dot{m}_O$ | | 515 | | 1075 |
| Массовый расход «Г»2,кг/с | $\dot{m}_Г$ | | 200 | | 410 |
| Vопускания зеркала «О» ,м/с | $V_{зо}$ | 0,059 | 0,021 | 0,072 | 0,011 |
| Vопускания зеркала «Г» ,м/с | $V_{зг}$ | 0,032 | 0,011 | 0,039 | 0,0058 |
| Vопускания зеркала «О» ,м/с | $V_{зо}$ | | 0,069 | | 0,144 |
| Vопускания зеркала «Г» ,м/с | $V_{зг}$ | | 0,038 | | 0,078 |

# Постановка гидродинамической задачи

Допущения:

- Тело твердое, абсолютно жесткое;
- однородная, идеальная, несжимаемая жидкость;
- поле массовых сил потенциально;
- Движение жидкости и РН считаются малыми;
- движение жидкости безвихревое;

**Постановка задачи для потенциала скоростей**

$\Im = \Im_m$, *где m − номер бака.*

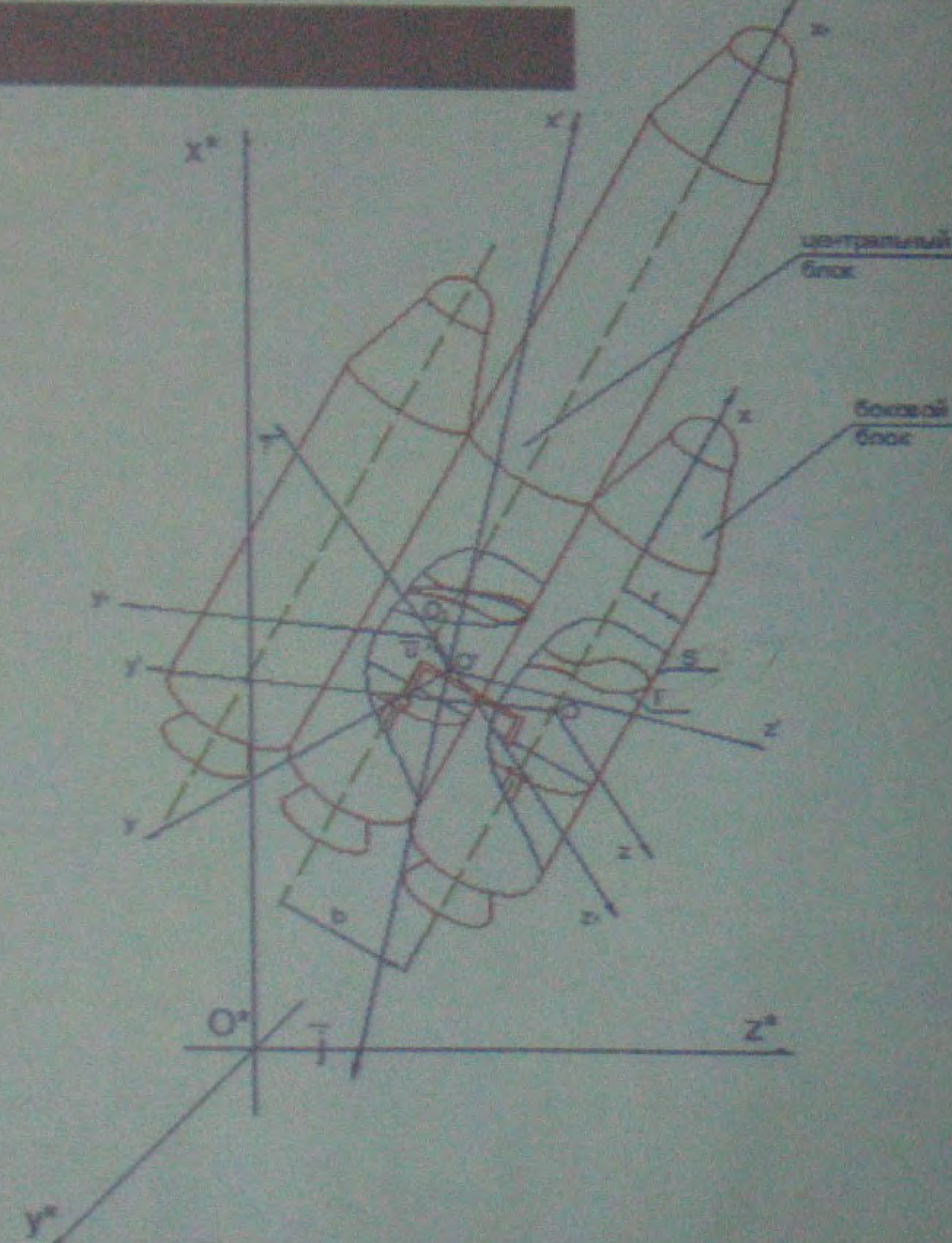
$$\Delta\Im = 0 \qquad \frac{\partial\Im}{\partial n} = (\bar{\omega}\times\bar{r})\cdot\bar{n} \ \ на \ \ S$$

$$\frac{\partial\Im}{\partial t} + \bar{V}_0\cdot\nabla\Im + g\int\frac{\partial\Im}{\partial x}dt + \ddot{\bar{u}}\cdot\bar{r} = 0 \ \ на \ \ \Gamma_0$$

$$\frac{\partial\Im}{\partial t} + \bar{V}_0\cdot\nabla\Im - \gamma\frac{\partial\Im}{\partial x} + \ddot{\bar{u}}\cdot\bar{r} = 0 \ \ на \ \ \Sigma$$

**Представление потенциала скоростей**

$$\Im = \bar{\Psi}\cdot\bar{\omega} + \sum_{1}^{бескон}\phi_n\dot{S}_n + \sum\psi_n\dot{\lambda}_n$$



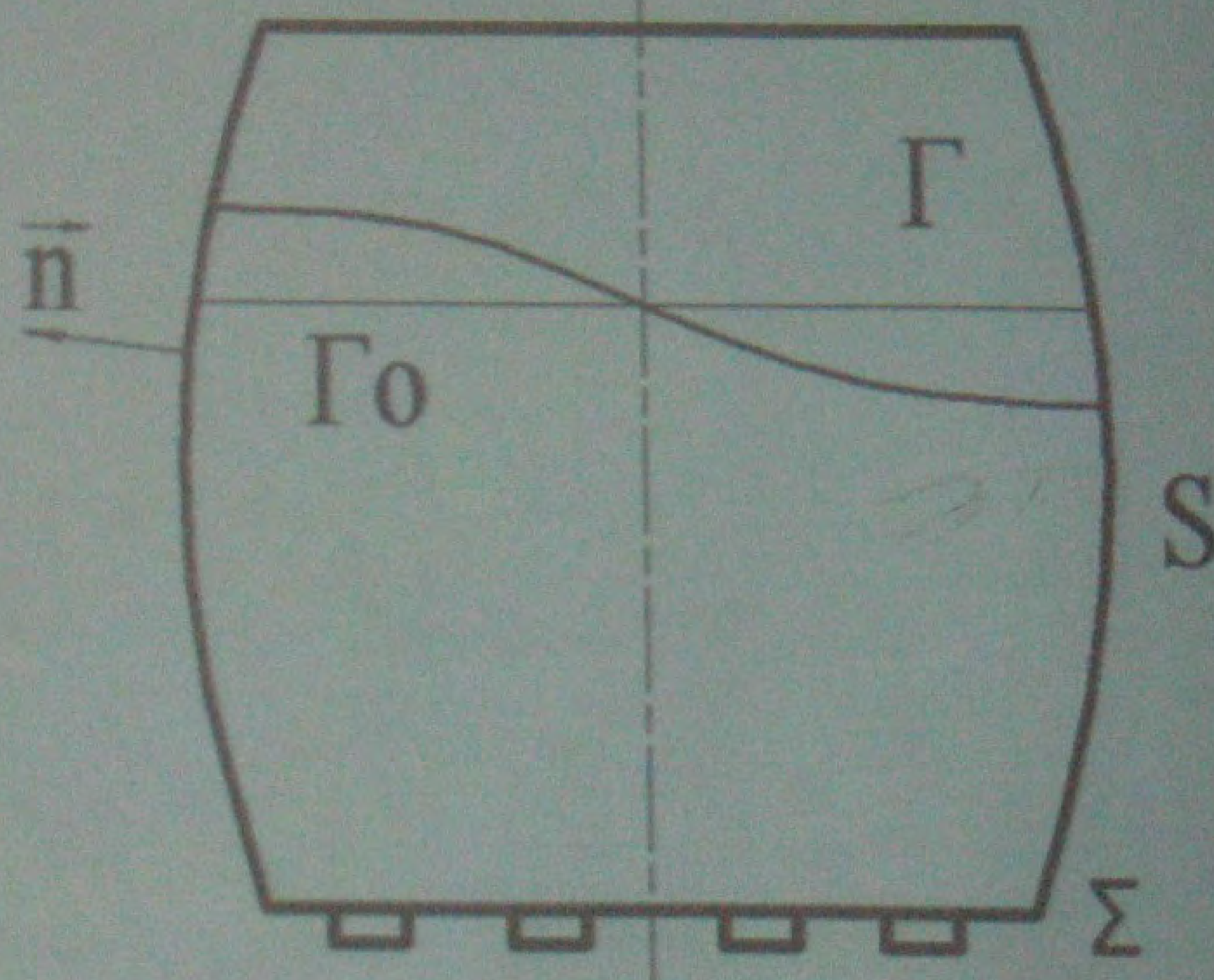
# Постановка краевых задач

Краевые задачи для собственных функций:

$$\Delta\phi_n = 0 \;\; в \;\; Q \qquad \Delta\psi_n = 0 \;\; в \;\; Q$$

$$\frac{\partial\phi_n}{\partial n} = 0 \;\; на \;\; S \qquad \frac{\partial\psi_n}{\partial n} = 0 \;\; на \;\; S$$

$$\frac{\partial\phi_n}{\partial n} = \chi_n\phi_n \;\; на \;\; \Gamma_0 \qquad \frac{\partial\psi_n}{\partial n} = \varepsilon_n\psi_n \;\; на$$




Краевые задачи для потенциалов Жуковс

$$\Delta\vec{\Psi} = 0$$

$$\frac{\partial\vec{\Psi}}{\partial\vec{n}} = \vec{r}\times\vec{n} \;\; на \;\; S\cup\Gamma_0\cup\Sigma$$

$$\vec{\Psi} = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3)$$

# Решение гидродинамической задачи для бака, частично заполненного жидкостью

Уравнения возмущенного движения:

$$M\ddot{\vec{u}} + M\ddot{\vec{\theta}} \times \vec{r}_c + \sum_{l=1}^{k} L_{0l}\ddot{\vec{\theta}} + \sum_{l=1}^{k}\sum_{n=1}^{\infty} \vec{\alpha}_{ln}\ddot{s}_{ln} + \sum_{l=1}^{k}\sum_{n=1}^{\infty} \vec{\beta}_{ln}\ddot{\lambda}_{ln} + \sum_{l=1}^{k}\sum_{n=1}^{\infty} \vec{\delta}_{ln}\dot{\lambda}_{ln} = \vec{F} + M\vec{j}$$

$$\left(\sum_{l=1}^{k} J_{0l} + \sum_{l=1}^{k} J^{ж}_{0l}\right)\ddot{\vec{\theta}} + M\vec{r}_c \times \ddot{\vec{u}} + \sum_{l=1}^{k} L'_{0l}\ddot{\vec{u}} + \sum_{l=1}^{k}\sum_{n=1}^{\infty} (\vec{\alpha}_{0ln}\ddot{s}_{ln} + \vec{\alpha}^{*}_{0ln}\ddot{s}_{ln}) +$$

$$+\sum_{l=1}^{k}\sum_{n=1}^{\infty} (\vec{\beta}_{0ln}\ddot{\lambda}_{ln} + \vec{\beta}^{*}_{0ln}\ddot{\lambda}_{ln}) - Mj\vec{r}_c \times (\vec{\theta} \times \vec{e}_1) + j\sum_{l=1}^{k} L_l * \vec{\theta} = \vec{M} - Mj\vec{r}_c \times \vec{e}_1$$

$$\ddot{s}_{ln} + \alpha_{ln}\ddot{\lambda}_{ln} + \varepsilon_{ln}\dot{\lambda}_{ln} + \delta_{ln}\dot{s}_{ln} + \omega^2_{ln} s_{ln} = 0,$$

$$\ddot{\lambda}_{ln} + \alpha_{ln}\ddot{s}_{ln} + \varepsilon_{ln}\dot{s}_{ln} + (\varepsilon'_{ln} + \gamma_{ln})\dot{\lambda}_{ln} = 0$$

$$l = 1, 2 \ldots, k \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

*где*

$$\alpha_{ln} = \frac{1}{ch(k_{ln}H)}, \ \varepsilon_{ln} = V_0 k_{ln} th(k_{ln}H), \ \gamma_{ln} = \gamma k_{ln} th(k_{ln}H).$$

# Задачи о колебаниях жидкости, вытекающей из цилиндрического бака

Задачи о колебаниях жидкости, вытекающей из цилиндрического бака

Допущения:

- Тело твердое, абсолютно жесткое;
- однородная, идеальная, несжимаемая жидкость;
- поле массовых сил потенциально, градиент поля – вектор j;
- Скорость опускания зеркала топлива в баке постоянна;

Граничные условия:

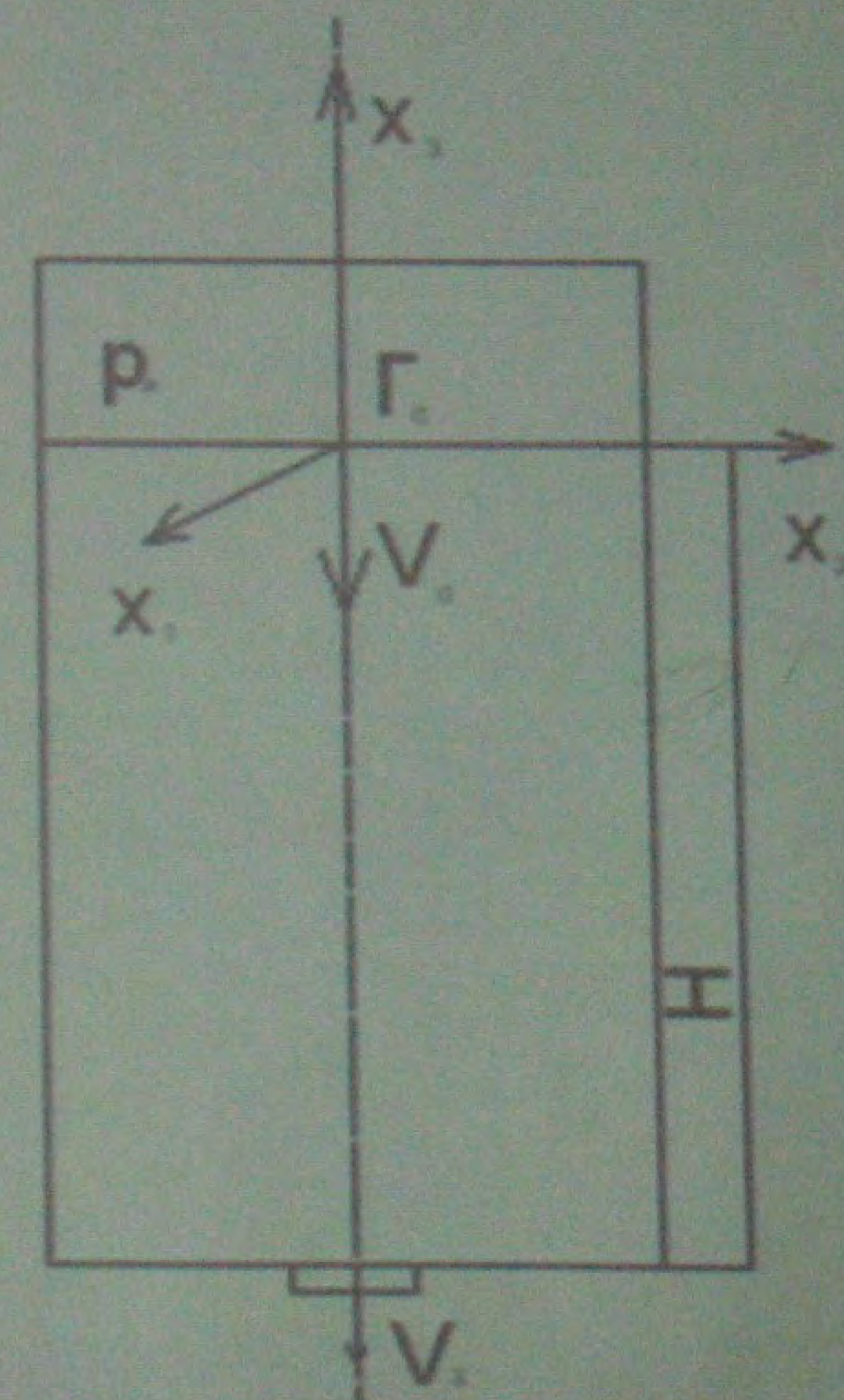
$$\bar{V}_{\Sigma} = \bar{V}_{\Sigma}^{0} + \dot{\vec{w}}_{\Sigma} \quad \text{при} \quad x_3 = 0$$

$$p = g\rho\vec{w}_{\Gamma}\cdot\vec{n}_{\Gamma} + f_{\Gamma}$$

$$p = \gamma\rho\dot{\vec{w}}_{\Sigma}\cdot\vec{n}_{\Sigma} + f_{\Sigma} \quad \text{при} \quad x_3 = -H(t)$$

Интеграл Коши-Лагранжа:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} + \frac{p - p_a}{\rho} - \nabla\frac{\partial\Phi}{\partial t}\cdot\vec{V}_0 + gx_3 = 0$$



# Колебания жидкости, вытекающей из цилиндрического бака

Общая постановка задачи для потенциала:

$$\Delta\Phi = 0 \ \text{в} \ Q \qquad \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \ \text{на} \ S \quad \frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial x}V_0(H) + g\int\frac{\partial\Phi}{\partial x}dt = 0 \ \text{на} \ \Gamma_0 \quad \frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial x}V_0(0) - \gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0 \ \text{на} \ \Sigma$$

$$\Phi(x_1, x_2, x_3, 0) = \Phi^0, \ \dot{\Phi}(x_1, x_2, x_3, 0) = \dot{\Phi}^0 \ \text{при} \ t = 0$$

Формулировка задачи для потенциала скоростей:

$$\Phi(x, r, \eta, t) = \Phi_1(x, r, \eta, t) + \Phi_2(x, r, \eta, t)$$

$$\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2}\Phi_1 + \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2} = 0 \ \text{в Q}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial t} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial x}\cdot V_0(H) + g\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = 0 \ \text{на} \ \Gamma, \ \frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = 0 \ \text{на} \ \Sigma, \ \frac{\partial\Phi_1}{\partial r} = 0 \ \text{на S},$$

$$\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2}\Phi_2 + \frac{\partial^2\Phi_2}{\partial x^2} = 0 \ \text{в Q} \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\frac{\partial\Phi_2}{\partial x} = 0 \ \text{на} \ \Gamma \quad \frac{\partial\Phi_2}{\partial t} - \frac{\partial\Phi_2}{\partial x}\cdot V_0(0) - \gamma\frac{\partial\Phi_2}{\partial x} = 0 \ \text{на} \ \Sigma \quad \frac{\partial\Phi_2}{\partial r} = 0 \ \text{на S}$$

# Решения поставленных краевых задач

$$\Phi_1(x,r,\eta,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}J_m(k_{mn}r)e^{im\eta}\frac{ch(k_{mn}(x+H))}{ch(k_{mn}H)}\dot{S}_{mn}(t)$$

$$\Phi_2(x,r,\eta,t)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}J_m(k_{mn}r)e^{im\eta}\frac{ch(k_{mn}x)}{ch(k_{mn}H)}\dot{\lambda}_{mn}(t)$$

Уравнение для обобщенных координат:

$$\ddot{s}_{mn}+\alpha_{mn}\ddot{\lambda}_{mn}+\varepsilon_{mn}\dot{\lambda}_{mn}+\delta_{mn}\dot{s}_{mn}+\omega^2{}_{mn}s_{mn}=0,$$

$$\ddot{\lambda}_{mn}+\alpha_{mn}\ddot{s}_{mn}+\varepsilon_{mn}\dot{s}_{mn}+(\varepsilon'_{mn}+\gamma_{mn})\dot{\lambda}_{mn}=0$$

$$m=0,1,2\ldots,\quad n=1,2,3\ldots$$

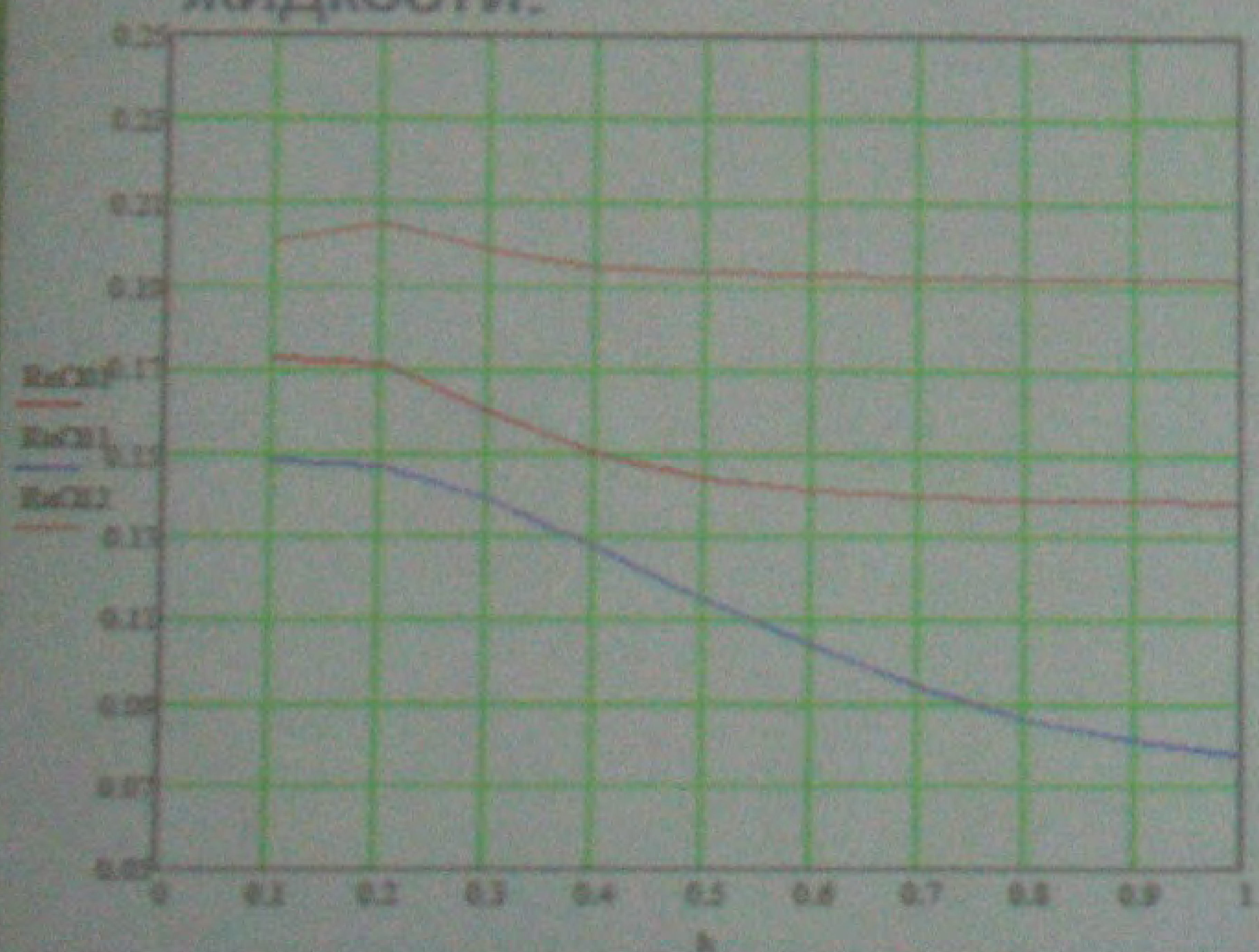
где $\alpha_{mn}=\dfrac{1}{ch(k_{mn}H)}$, $\varepsilon_{mn}=V_0k_{mn}th(k_{mn}H)$, $\gamma_{mn}=\gamma k_{mn}th(k_{mn}H)$.

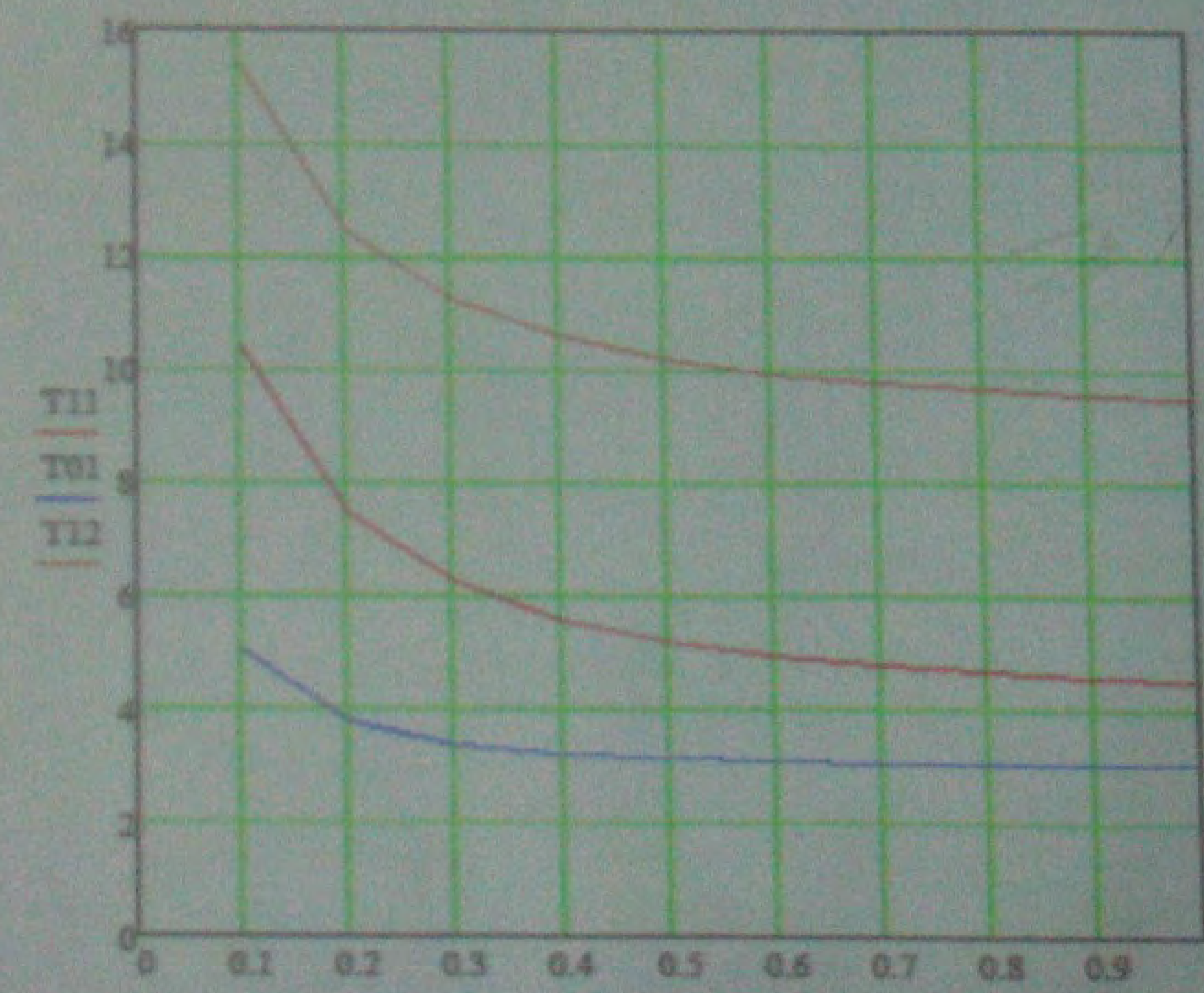
# Решение характеристического уравнения

$$s_{mn} = s_0 e^{-\Omega t}, \ \lambda_{mn} = \lambda_0 e^{-\Omega t}.$$

$$\Omega^3{}_{mn} th(k_{mn} H) + \Omega^2{}_{mn} k_{mn}(V_0 + \gamma) + \Omega_{mn} k_{mn}(\delta_{mn}\gamma + g) + g k_{mn}(\varepsilon'_{mn} + \gamma_{mn}) = 0$$

Здесь $\Omega$ - собственная комплексная частота волновых движений жидкости.



# Области устойчивости в плоскости параметров Vo,β

H=1 β=1/γ H=0.5